



Control 2

Ayudantes: Cristobal Armaza (cyarmaza@uc.cl) - Mauricio Sarabia (masarabi@uc.cl)

3 de Mayo del 2012

Nombre:

Duración: 30 minutos.

1 Preguntas:

1. Dos condensadores idénticos de placas paralelas de área A y separación entre placas d , inicialmente descargados, se colocan en paralelo. Mediante una batería se les coloca una diferencia de potencial V_0 . Luego se desconecta la batería quedando los condensadores cargados y aislados. Se introduce en uno de estos condensadores una placa de un material dieléctrico de constante κ de ancho x (con $x \leq d$) y de la misma área A que las placas, debemos mencionar que el dieléctrico se introduce de tal manera que quede lo más cercano a la placa inferior del dieléctrico. Calcule, en función de x , la carga final de cada condensador.

2 Solucion:

1. Como ambos condensadores son iguales y de placas paralelas su capacitancia se puede calcular como $C_0 = \frac{\epsilon_0 A}{d}$. Como ambos están conectados en paralelo a la misma fuente que entrega un voltaje V_0 la carga de cada uno se puede calcular como $Q_0 = C_0 V_0$. Cuando se introduce la placa dieléctrica en uno de los condensadores su capacitancia cambiará por lo que habrá un movimiento de cargas en el sistema de un condensador a otro pero siempre manteniendo se la carga total, por lo tanto:

$$2Q_0 = Q_1 + Q_2 \quad (1)$$

Además, al estar en paralelo los capacitores, su voltaje es el mismo, por lo tanto:

$$\frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} \quad (2)$$

Pero, $C_1 = C_0$ porque no se le introduce nada, por lo tanto, su capacitancia sigue igual. Con estas fórmulas podemos despejar las cargas y tenemos que:

$$Q_1 = \frac{2Q_0}{1 + C_2/C_0} \quad (3)$$

$$Q_2 = \frac{C_2}{C_0} \frac{2Q_0}{1 + C_2/C_0} \quad (4)$$

Ahora solo nos falta determinar el valor de C_2 para encontrar la respuesta, para esto recordamos que cuando se coloca un dielectrico como se coloco en este caso, es lo mismo que considerar dos condensadores en serie, uno con aire entre las placas y el otro con el material dielectrico. Entonces:

$$\frac{1}{C_2} = \frac{1}{C'} + \frac{1}{C''} \Rightarrow C_2 = \frac{C'C''}{C' + C''} \quad (5)$$

$$C' = \frac{\epsilon_0 \kappa A}{x} \quad (6)$$

$$C'' = \frac{\epsilon_0 A}{d - x} \quad (7)$$

Con lo que:

$$C_2 = C_0 \frac{\kappa}{\kappa(1 - x/d) + x/d} \quad (8)$$

Si hacemos un cambio de variable para simplificar el algebra:

$$s(x) = \frac{\kappa}{\kappa(1 - x/d) + x/d} \quad (9)$$

Entonces, finalmente:

$$Q_1 = \frac{2Q_0}{1 + s(x)} \quad (10)$$

$$Q_2 = s(x) \frac{2Q_0}{1 + s(x)} \quad (11)$$